

# ANALISA LINIER BANGUNAN 3D YANG MENGGUNAKAN BASE ISOLATOR

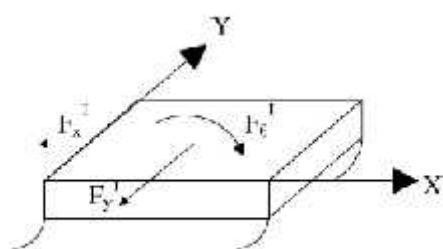
Ir. Amir Hamzah, MT, Dosen Teknik Sipil Universitas Asahan

## ABSTRACT

Base isolation has become a widely accepted method for earthquake resistant design of structures. Base isolation system has been proven effective and viable alternative to overcome the strong earthquake forces. This method is very suitable to be applied in Indonesia, because Indonesia is earthquake-prone countries. This study analyzed the three-dimensional building single-stage, linear-based and uses an elastic base isolation. In general, very rare to find a building where the center of mass coincides with the center of stiffness. Proved that, if the center of mass and stiffness center coincides not cause rotational effects. This style may lead to multi-dimensional movements that contribute to the horizontal displacement

## 1.1 PENDAHULUAN

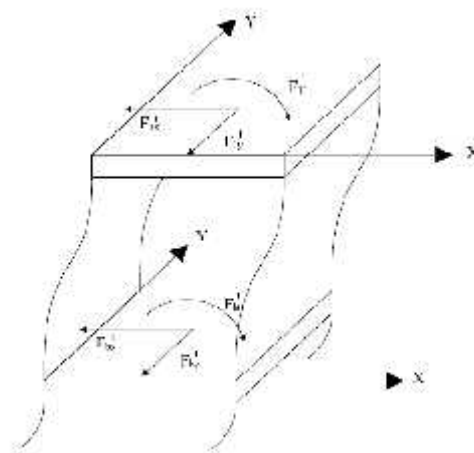
Perhitungan respon dinamik struktur untuk suatu gerakan tanah tertentu adalah suatu proses yang kompleks. Hal ini memerlukan penentuan dari persamaan gerak struktur dan analisa time history dengan langkah waktu yang kecil untuk mencapai hasil yang akurat. Analisa berikut ini membahas struktur tiga dimensi sederhana tingkat satu, dimana struktur terisolasi dengan tiga derajat kebebasan pada tiap lantai. Dua gerakan tegaklurus horisontal dan satu rotasi permukaan, seperti ditunjukkan di gambar 1.1 dan gambar 1.2. Perhitungan untuk tiga derajat kebebasan baik pada lantai yang terisolasi (lantai dasar) dan lantai pertama menghasilkan enam derajat kebebasan.



Gambar 1.1 Diagram Free Body Lantai Pertama

struktur secara langsung ke bawah lantai pertama, dan memperhitungkan hanya lantai pertama. Gaya elastis dan gaya dissipasi dalam kaitan dengan damping tidak ditunjukkan pada gambar, tetapi berlawanan dengan arah displacement dan kecepatan dari struktur, berturut-turut secara langsung ke bawah permukaan lantai. Berkenaan dengan Gambar 4.4 yang berikut jumlah gaya dapat ditulis dalam arah -x:

$$F_{1x}^I + F_{1x}^D + F_{1x}^S = 0 \quad (2-1)$$



Gambar 1.2

Diagram Free Body Struktur Atas

## 1.2 Landasan teori

Langkah pertama dalam analisa adalah penentuan dari persamaan gerakan untuk masing-masing lantai. Gambar 1.2 menunjukkan suatu diagram benda bebas yang digambar dengan memotong

Gambar 1.2 mewakili sebuah diagram *free body* dari struktur digambarkan melalui pemotongan struktur hanya dibawah lantai bearing,

dan mempertimbangkan keseluruhan struktur. Seperti kasus dengan Gambar 1.1, ketahanan elastis dan gaya damping tidak ditunjukkan. Ada juga gaya geser pada bearing isolator tidak ditunjukkan. Gaya geser berlawanan terhadap arah dari percepatan. Berkenaan dengan Gambar 1.2, yang berikut jumlah gaya dapat ditulis dalam arah-x:

$$F_{1x}^I + F_{bx}^I + F_{bx}^D + F_{bx}^S = 0 \quad (2-2)$$

Jumlah gaya ditunjukkan dalam persamaan (2-1) dan (2-3) dapat diterapkan dalam tiga arah yaitu, dua arah horisontal dan sebuah torsi (puntiran), dimana mewakili jumlah gerakan. Dengan menuliskan persamaan ini pada masing-masing dari tiga derajat kebebasan, persamaan matrik berikut dapat ditulis dalam rumus yang sama dengan persamaan (2-1) dan (2-3) berturut-turut,

$$\begin{Bmatrix} F_{1x}^I \\ F_{1y}^I \\ F_{1z}^I \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{1x}^D \\ F_{1y}^D \\ F_{1z}^D \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{1x}^S \\ F_{1y}^S \\ F_{1z}^S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2-3)$$

$$\begin{Bmatrix} F_{bx}^I \\ F_{by}^I \\ F_{bz}^I \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{bx}^D \\ F_{by}^D \\ F_{bz}^D \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{bx}^S \\ F_{by}^S \\ F_{bz}^S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{1x}^I \\ F_{1y}^I \\ F_{1z}^I \end{Bmatrix} \quad (2-4)$$

Persamaan (2-3) dapat diturunkan yang ditunjukkan pada persamaan diatas:

$$[M_1]\{\ddot{d}_1\} + [C_1]\{\dot{d}_1\} + [K_1]\{d_1\} = -[M_1]\{\ddot{d}_b\} - [M_1]\{\ddot{d}_g\} \quad (2-5)$$

### 1.3 Persamaan gerakan pada bearing isolator

Dengan cara yang sama, persamaan (2-4) dapat diperluas menggunakan turunan dari persamaan diatas,

$$[M_1]\{\ddot{d}_b\} + [C_b]\{\dot{d}_b\} + [K_b]\{d_b\} = -[M_1]\{\ddot{d}_1\} - [M_1]\{\ddot{d}_g\} \quad (2-6)$$

Di mana,

$$[M] = [M_b] + [M_1] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & -(m_1 f_1 + m_1 f_b) \\ 0 & m_1 & m_1 e_1 \\ -(m_1 f_1 + m_1 f_b) & m_1 e_1 & J_1 + m_1 (f_1^2 + e_1^2) + m_1 (f_b^2 + e_b^2) \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

$$[M_1] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & -m_1 f_1 \\ 0 & m_1 & m_1 e_1 \\ -m_1 f_1 & m_1 e_1 & J_1 + m_1 (f_1^2 + e_1^2) \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

$$[C_i] = \begin{bmatrix} C_{ixx} & C_{ixy} & C_{ixz} \\ C_{iyx} & C_{iyy} & C_{iyz} \\ C_{izx} & C_{izy} & C_{izz} \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

$$[K_i] = \begin{bmatrix} K_{ixx} & K_{ixy} & K_{ixz} \\ K_{iyx} & K_{iyy} & K_{iyz} \\ K_{izx} & K_{izy} & K_{izz} \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

$$\{d_b\} = \begin{Bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{Bmatrix} \quad \{d_1\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{Bmatrix}$$

$$\{d_g\} = \begin{Bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{Bmatrix} \quad (2-11)$$

Arah vektor displacement dapat diuraikan melalui metode superposisi, di mana suatu kombinasi linier dari mode shape akan digunakan untuk mendefinisikan displacement. Displacement dapat ditulis sebagai fungsi dari mode shape dari struktur sebagai berikut:

$$d_{bi}(t) = \sum_{j=1}^3 w_{bij} z_{bj}(t) \quad (2-12)$$

$$d_{1i}(t) = \sum_{j=1}^3 w_{1ij} z_{1j}(t) \quad (2-13)$$

vector-vektor  $\{z_i\}$  mewakili satu set modal atau normal, koordinat-koordinat. Modal koordinat-koordinat ini mewakili efek dari tiap mode shape terhadap deformasi dari struktur, seperti ditunjukkan pada persamaan (2-12) dan (2-13). Mode shape  $\{w_i\}$  dapat ditentukan oleh pemecahan masalah eigenvalue,

$$[K_1]\{d_1\} = \tilde{S}_{1n}^2 [M_1]\{d_1\} \quad (2-14)$$

$$[K_b]\{d_b\} = \tilde{S}_{bn}^2 [M_t]\{d_b\} \quad (2-15)$$

Mode shape secara aktual eigenvektor dari persamaan (2-14) dan (2-15), dan frekwensi-frekwensi alami dihitung dari eigenvalue. Matriks modal dapat berbentuk:

$$[\Phi_1] = \begin{bmatrix} w_{111} & w_{112} & w_{113} \\ w_{121} & w_{122} & w_{123} \\ w_{131} & w_{132} & w_{133} \end{bmatrix}$$

$$[\Phi_b] = \begin{bmatrix} w_{b11} & w_{b12} & w_{b13} \\ w_{b21} & w_{b22} & w_{b23} \\ w_{b31} & w_{b32} & w_{b33} \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

Matriks modal untuk rantai pertama, dihitung dari persamaan (2-14) dan matriks modal untuk bearing, ditentukan dari persamaan (2-15). Kolom dari matriks modal mewakili mode shape, dengan kolom pertama mewakili mode utama, yang mana menghubungkan frekuensi alami utama. Baris masing-masing dari matriks modal mewakili hal modal displacement digabungkan untuk menghasilkan ke tiga komponen dari respon struktur aktual, seperti dilihat pada persamaan (2-12) dan (2-13). Oleh karena itu, masing-masing modal displacement menghasilkan tiga derajat kebebasan dari rantai itu. *Mode shape*

adalah *mass-orthonormalized* sedemikian sehingga yang berikut diperoleh:

$$[M_t^*] = [w_b]^T [M_t] [w_b] = [I] \quad (2-17)$$

Persamaan (2-5) dapat disederhanakan, menggunakan persamaan (2-17), dengan pertama mensubstitusikan persamaan (2-12) sebagai berikut:

$$[M_t][w_b]\{\ddot{z}_b\} + [C_b][w_b]\{\dot{z}_b\} + [K_b][w_b]\{z_b\} = -[M_1][w_1]\{\ddot{z}_1\} - [M_t]\{\ddot{d}_g\} \quad (2-18)$$

Kemudian, dengan mengalikan masing-masing sisi dari persamaan dengan transformasi dari matriks modal terhadap bearing isolator, persamaan berikut diperoleh:

$$[\Phi_b]^T [M_t] [\Phi_b] \{\ddot{z}_b\} + [\Phi_b]^T [C_b] [\Phi_b] \{\dot{z}_b\} + [\Phi_b]^T [K_b] [\Phi_b] \{z_b\} = -[\Phi_b]^T [M_1] [\Phi_1] \{\ddot{z}_1\} - [\Phi_b]^T [M_t] \{\ddot{d}_g\} \quad (2-19)$$

Berikutnya, massa yang dinormalisasi ditunjukkan di persamaan (2-19) digunakan untuk menyederhanakan persamaan lebih lanjut:

$$[I]\{\ddot{z}_b\} + \text{diag}[2\zeta_{bi}\tilde{S}_{bi}]\{\dot{z}_b\} + \text{diag}[\tilde{S}_{bi}^2]\{z_b\} = -[\Phi_b]^T [M_1] [\Phi_1] \{\ddot{z}_1\} - [\Phi_b]^T [M_t] \{\ddot{d}_g\} \quad (2-20)$$

Persamaan matriks ini terdiri dari tiga persamaan gerak terpisah, satu untuk masing-masing dari displacement modal itu. Masing-Masing dari tiga persamaan ditunjukkan dalam persamaan (2-21), dengan  $n = 1, 2$ , atau  $3$ , mewakili displacement modal untuk diperhitungkan oleh persamaan:

$$\ddot{z}_{bn}(t) + 2\zeta_{bn}\dot{z}_{bn}(t) + \tilde{S}_{bn}^2 z_{bn}(t) = \sum_{m=1}^3 \tilde{r}_{bnm} \ddot{z}_m(t) + \sum_{m=1}^3 \tilde{r}_{bnm} \ddot{d}_g(t) \quad (2-21)$$

Yang mana substitusi berikut menjadi:

$$[K_b^*] = [\Phi_b]^T [K_b] [\Phi_b] = \begin{bmatrix} \tilde{S}_{b1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{S}_{b2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{S}_{b3}^2 \end{bmatrix} \quad (2-22)$$

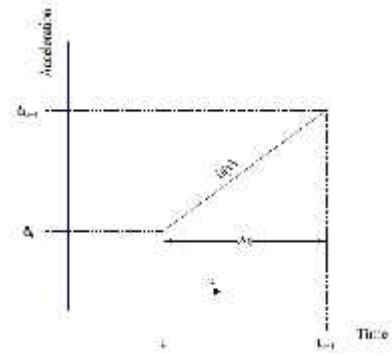
$$[C_b^*] = [\Phi_b]^T [C_b] [\Phi_b] = \begin{bmatrix} 2\zeta_{b1}\tilde{S}_{b1} & 0 & 0 \\ 0 & 2\zeta_{b2}\tilde{S}_{b2} & 0 \\ 0 & 0 & 2\zeta_{b3}\tilde{S}_{b3} \end{bmatrix}$$

$$[j_b] = -[\Phi_b]^T [M_1] [\Phi_1] = \begin{bmatrix} j_{b11} & j_{b12} & j_{b13} \\ j_{b21} & j_{b22} & j_{b23} \\ j_{b31} & j_{b32} & j_{b33} \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

(2-24)

$$[r_b] = -[\Phi_b]^T [M_t] = \begin{bmatrix} r_{b11} & r_{b12} & r_{b13} \\ r_{b21} & r_{b22} & r_{b23} \\ r_{b31} & r_{b32} & r_{b33} \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

Persamaan (2-22) adalah benar oleh karena orthogonalitas milik dari mode-mode. Dimana persamaan (2-23) adalah matriks damping klasik. Untuk penyederhanaan perhitungan, damping klasik akan digunakan melalui tulisan ini. Hal ini mewakili rasio redaman dari lantai  $i$  dalam mode  $j$ . Persamaan (2-24) dan (2-25) adalah menghasilkan matriks multiflikasi dibutuhkan untuk menyederhanakan persamaan gerakan. Persamaan (2-21) adalah bukan sungguh dalam suatu bentuk yang dapat dipecahkan. Untuk pemecahan displacement dari struktur sebagai fungsi dari waktu, suatu pendekatan interpolasi linier akan diambil untuk mendekati perubahan percepatan.



Gambar 1.3 Metode Percepatan Linier

Gambar 1.3 mewakili metoda percepatan linier, yang mana akselerasi di tunjukkan pada awal dan akhir dari masing-masing terhadap waktu dan sebuah garis lurus mendekati akselerasi yang tak diketahui sepanjang interval. Ini adalah yang layak akurasi untuk suatu time step yang cukup kecil  $\Delta t$ . Sebagai contoh, rekaman percepatan tanah gempa bumi dari *Imperial Valley Irrigation District* dari *North-South motion* dari El Centro 1940, gempa bumi direkam pada interval  $t = 0.02$  detik (Chopra, 2001).

Implementasi metoda percepatan linier, mengekspresikan untuk akselerasi modal dari lantai pertama dan akselerasi tanah dapat ditulis sebagai berikut:

$$\ddot{z}_u(\ddagger) = \ddot{z}_u(t_i) + \frac{\Delta \ddot{z}_{1k}(t_{i+1})}{\Delta t} \ddagger \quad (2-26)$$

$$\ddot{x}_g(\ddagger) = \ddot{x}_g(t_i) + \frac{\Delta \ddot{x}_g(t_{i+1})}{\Delta t} \ddagger \quad (2-27)$$

$$\ddot{y}_g(\ddagger) = \ddot{y}_g(t_i) + \frac{\Delta \ddot{y}_g(t_{i+1})}{\Delta t} \ddagger \quad (2-28)$$

Seperti dapat dilihat dari Gambar 4.5, 0

$t$ . Sekarang, mensubstitusikan persamaan (2-26) sampai (2-28) kedalam persamaan (2-21) menghasilkan persamaan berikut:

$$z_{bn}(\ddagger) + 2\zeta_{bn}\tilde{S}_{bn}\dot{z}_{bn}(\ddagger) + \tilde{S}_{bn}^2 z_{bn}(\ddagger) = A_{ni} + B_{ni+1} \frac{\ddagger}{\Delta t} \quad (2-29)$$

Yang mana,  $n = 1, 2, 3$  dan

$$A_{ni} = \sum_{l=1}^3 \left( r_{bni} \ddot{d}_{gl}(t_i) + \}_{bni} \ddot{z}_{il}(t_i) \right) \quad (2-30)$$

$$B_{ni+1} = \sum_{l=1}^3 \left( r_{bni} \Delta \ddot{d}_{gl}(t_{i+1}) + \}_{bni} \Delta \ddot{z}_{il}(t_{i+1}) \right) \quad (2-31)$$

Persamaan (2-29) kini dalam bentuk persamaan differensial non homogen orde ke dua dengan dua fungsi gaya. Masalah jenis ini mempunyai suatu solusi yang ditulis sebagai kombinasi dari solusi komplementer dan solusi particular. Solusi komplementer atau yang homogen, atau solusi ke persamaan (4-70) jika sisi kanan mulai nol, adalah

$$z_{bn}^e = e^{-\zeta_{bn} \tilde{S}_{bn} \dagger} (C1_n \sin \Omega_{bn} \dagger + C2_n \cos \Omega_{bn} \dagger) \quad (2-32)$$

Yang mana frekuensi alami ditunjukkan oleh

$$\Omega_{bn} = \tilde{S}_{bn} \sqrt{1 - \zeta_{bn}^2} \quad (2-33)$$

Konstanta  $C1_n$  dan  $C2_n$  pada persamaan (2-32) adalah tergantung kondisi awal dan akan ditentukan di bawah. Solusi particular menjadi persamaan (2-29) adalah bentuk dari,

$$z_{bn}^p = C3_n + C4_n \frac{\dagger}{\Delta t} \quad (2-34)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2-30) dan turunannya ke dalam persamaan (2-29), konstanta  $C3_n$  dan  $C4_n$  dapat ditentukan sebagai:

$$C3_n = \frac{1}{\tilde{S}_{bn}^2} \left( A_{ni} - \frac{2\zeta_{bn}}{\tilde{S}_{bn} \Delta t} B_{ni+1} \right) \quad (2-35)$$

$$C4_n = \frac{B_{ni+1}}{\tilde{S}_{bn}^2} \quad (2-36)$$

Kombinasi solusi komplementer dari persamaan (2-32) dan solusi dari persamaan (2-34) menghasilkan persamaan,

$$z_{bn}(\dagger) = e^{\zeta_{bn} \tilde{S}_{bn} \dagger} (C1_n \sin \Omega_{bn} \dagger + C2_n \cos \Omega_{bn} \dagger) + \frac{1}{\tilde{S}_{bn}^2} \left( A_{ni} + \left( \dagger - \frac{2\zeta_{bn}}{\tilde{S}_{bn}} \right) \frac{B_{ni+1}}{\Delta t} \right) \quad (2-37)$$

Seperti dapat dilihat dalam Gambar 4.5, dimana  $\dagger \rightarrow 0$ ,  $t \rightarrow t_i$  dan berikut adalah benar untuk  $\dagger = 0$ :

$$z_{bn}(\dagger = 0) = z_{bn}(t_i) \quad (2-38)$$

$$\dot{z}_{bn}(\dagger = 0) = \dot{z}_{bn}(t_i) \quad (2-39)$$

Nilai-nilai ini sekarang dapat digunakan untuk menentukan konstanta  $C1_n$  dan  $C2_n$ . Dengan menerapkan persamaan (2-38) dan (2-39) ke persamaan (2-37), hasil berikut diperoleh,

$$C1_n = \frac{1}{\Omega_{bn}} \left( \dot{z}_{bn}(t_i) + \zeta_{bn} \tilde{S}_{bn} z_{bn}(t_i) - \frac{\zeta_{bn}}{\tilde{S}_{bn}} A_{ni} - \frac{(1 - 2\zeta_{bn}^2)}{\tilde{S}_{bn}^2 \Delta t} B_{ni+1} \right) \quad (2-40)$$

$$C2_n = z_{bn}(t_i) - \frac{A_{ni}}{\tilde{S}_{bn}^2} + \frac{2\zeta_{bn}}{\tilde{S}_{bn}^3 \Delta t} B_{ni+1} \quad (2-41)$$

Sekarang ambil  $\dagger = \Delta t$  dan substitusi persamaan (2-40) dan (2-41) kembali ke dalam solusi diberikan melalui persamaan (2-37), ungkapan berikut untuk  $z_{bn}$  diberikan,

$$z_{bn}(t_{i+1}) = D_{ni} + R_{ni} B_{ni+1} + \frac{1}{\tilde{S}_{bn}^2} \left( A_{ni} + \left( \Delta t - \frac{2\zeta_{bn}}{\tilde{S}_{bn}} \right) \frac{B_{ni+1}}{\Delta t} \right) \quad (2-42)$$

di mana persamaan (2-43) untuk tujuan penyederhanaan:

$$R_{ni} = e^{-\zeta_{bn} \tilde{S}_{bn} \Delta t} \left( \frac{1 - 2\zeta_{bn}^2}{\tilde{S}_{bn}^2 \Omega_{bn} \Delta t} \sin \Omega_{bn} \Delta t + \frac{2\zeta_{bn}}{\tilde{S}_{bn}^3 \Delta t} \cos \Omega_{bn} \Delta t \right) \quad (2-43)$$

$$D_{ni} = \frac{e^{-\zeta_{bn} \tilde{S}_{bn} \Delta t}}{\Omega_{bn}} (E_{ni} \sin \Omega_{bn} \Delta t + F_{ni} \cos \Omega_{bn} \Delta t) \quad (2-44)$$

$$E_{ni} = \dot{z}_{bn}(t_i) + \zeta_{bn} \tilde{S}_{bn} z_{bn}(t_i) - \frac{\zeta_{bn}}{\tilde{S}_{bn}} A_{ni} \quad (2-45)$$

$$F_{ni} = \Omega_{bn} \left( z_{bn}(t_i) - \frac{A_{ni}}{\tilde{S}_{bn}^2} \right) \quad (2-46)$$

Dengan cara yang sama, kecepatan modal dapat diturunkan dari persamaan (2-37) melalui pengambilan turunan pertama dengan masing-masing terhadap waktu dan mengevaluasinya pada  $\ddagger = \Delta t$ . Kecepatan modal dapat ditulis sebagai:

$$\dot{z}_{bn}(t_{i+1}) = (G_{ni} - \zeta_{bn} \tilde{S}_{bn} D_{ni}) + (R2_n - \zeta_{bn} \tilde{S}_{bn} R1_n) B_{ni+1} + \frac{B_{ni+1}}{\tilde{S}_{bn}^2 \Delta t} \quad (2-47)$$

Yang mana,

$$G_{ni} = e^{\zeta_{bn} \tilde{S}_{bn} \Delta t} (E_{ni} \cos \Omega_{bn} \Delta t - F_{ni} \sin \Omega_{bn} \Delta t) \quad (2-48)$$

$$R2_n = \Omega_{bn} e^{-\zeta_{bn} \tilde{S}_{bn} \Delta t} \left( \frac{1 - 2\zeta_{bn}^2}{\tilde{S}_{bn}^2 \Omega_{bn} \Delta t} \cos \Omega_{bn} \Delta t - \frac{2\zeta_{bn}}{\tilde{S}_{bn}^3 \Delta t} \sin \Omega_{bn} \Delta t \right) \quad (2-49)$$

Akselerasi modal dapat juga diturunkan dari persamaan (2-37) melalui pengambilan turunan kedua dengan masing-masing terhadap waktu. Akselerasi modal dapat ditulis seperti:

$$\ddot{z}_{bn}(t_{i+1}) = -H_{ni} - R3_n B_{ni+1} \quad (2-50)$$

Yang mana,

$$H_{ni} = 2\zeta_{bn} \tilde{S}_{bn} G_{ni} + \tilde{S}_{bn}^2 (1 - 2\zeta_{bn}^2) D_{ni} \quad (2-51)$$

$$R3_n = 2\zeta_{bn} \tilde{S}_{bn} R2_n + \tilde{S}_{bn}^2 (1 - 2\zeta_{bn}^2) R1_n \quad (2-52)$$

Memanggil kembali persamaan (2-31), persamaan (2-50) boleh ditulis kembali seperti:

$$\ddot{z}_{bn}(t_{i+1}) = -H_{ni} - R3_n \sum_{l=1}^3 \{ r_{bnl} \ddot{A}_{gl}(t_{i+1}) + \} \tilde{A}_{nl}(t_{i+1}) \quad (2-53)$$

Persamaan (2-53) kini dalam suatu bentuk yang dapat dipecahkan menggunakan metoda langkah-waktu untuk menentukan respon dari bearing dari waktu ke waktu, diberikan satu rekaman akselerasi tanah gempa bumi dan respon dari lantai pertama itu. Bagaimanapun, lantai pertama merespon tak diketahui. Berikutnya, perumusan yang lain akan dikerjakan untuk menentukan persamaan kedua dengan respon pada permukaan bearing dan lantai pertama tak diketahui.

#### 1.4 Persamaan gerakan lantai pertama

Untuk persamaan gerakan lantai pertama, mode shape akan menjadi massa yang dinormalisasi sehubungan dengan matriks massa. Asumsi ini menghasilkan matriks berikut untuk penggunaan dalam persamaan (4-47):

$$[M_1^*] = [\Phi_1]^T [M_1] [\Phi_1] = [I] \quad (2-54)$$

$$[K_1^*] = [\Phi_1]^T [K_1] [\Phi_1] = \begin{bmatrix} \tilde{S}_{11}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{S}_{12}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{S}_{13}^2 \end{bmatrix} \quad (2-55)$$

$$[C_1^*] = [\Phi_1]^T [C_1] [\Phi_1] = \begin{bmatrix} 2\zeta_{11} \tilde{S}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 2\zeta_{12} \tilde{S}_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 2\zeta_{13} \tilde{S}_{13} \end{bmatrix} \quad (2-56)$$

Lagi, damping diasumsikan menjadi klasik, dengan begitu hanya suatu matriks

diagonal digunakan. Berikut suatu prosedur seperti itu dilaksanakan untuk mentransformasikan persamaan (4-48) ke dalam persamaan (4-62), persamaan (4-47) dapat ditulis kembali seperti,

$$\ddot{z}_{in} + 2\zeta_{in}\dot{z}_{in} + \ddot{S}_{in}z_{in} = \sum_{i=1}^3 \left( \zeta_{lnk}z_{bk} + r_{lnk}\ddot{d}_{gk} \right) \quad (2-57)$$

Yang mana,

$$[\zeta_1] = -[\Phi_1]^T [M_1] [\Phi_b] = \begin{bmatrix} \zeta_{111} & \zeta_{112} & \zeta_{113} \\ \zeta_{121} & \zeta_{122} & \zeta_{123} \\ \zeta_{131} & \zeta_{132} & \zeta_{133} \end{bmatrix} \quad (2-58)$$

$$[r_1] = -[\Phi_1]^T [M_1] = \begin{bmatrix} r_{111} & r_{112} & r_{113} \\ r_{121} & r_{122} & r_{123} \\ r_{131} & r_{132} & r_{133} \end{bmatrix} \quad (2-59)$$

Sekarang solusi persamaan (2-57) dapat ditulis dalam bentuk berikut menggunakan metoda percepatan linier,

$$\ddot{z}_{ln}(t_{i+1}) = \ddot{z}_{ln}(t_i) + \Delta\ddot{z}_{ln}(t_{i+1}) \quad (2-60)$$

Persamaan ini dapat ditulis sebagai fungsi dari waktu  $\tau$ . Ketika integrasi fungsi akselerasi modal menjadi fungsi kecepatan modal seperti berikut:

$$\dot{z}_{ln}(t_{i+1}) = \dot{z}_{ln}(t_i) + \ddot{z}_{ln}(t_i)\Delta t + \Delta\ddot{z}_{ln}(t_{i+1})\frac{\Delta t}{2} \quad (2-61)$$

Melalui integrasi bahwa fungsi dengan masing-masing waktu suatu fungsi untuk displacement modal ditentukan sebagai berikut:

$$z_{ln}(t_{i+1}) = z_{ln}(t_i) + \dot{z}_{ln}(t_i)\Delta t + \ddot{z}_{ln}(t_i)\frac{\Delta t^2}{2} + \Delta\ddot{z}_{ln}(t_{i+1})\frac{\Delta t^2}{6} \quad (2-62)$$

Dengan mengevaluasi persamaan (2-57) pada waktu  $t_{i+1}$  dan mensubstitusi dalam persamaan (2-60), (2-61), dan (2-62),

bentuk tambahan dari persamaan (4-98) dapat ditulis seperti:

$$R4_n\ddot{z}_{ln}(t_{i+1}) + R5_n\ddot{z}_{ln}(t_i) + R6_n\dot{z}_{ln}(t_i) + \ddot{S}_{ln}z_{ln}(t_i) = \sum_{k=1}^3 \left( \zeta_{lnk}\ddot{z}_{bk}(t_{i+1}) + r_{lnk}\ddot{d}_{gk}(t_{i+1}) \right) \quad (2-63)$$

Yang mana,

$$R4_n = 1 + \zeta_{ln}\ddot{S}_{ln}\Delta t + \ddot{S}_{ln}\frac{\Delta t^2}{6} \quad (2-64)$$

$$R5_n = 1 + 2\zeta_{ln}\ddot{S}_{ln}\Delta t + \ddot{S}_{ln}\frac{\Delta t^2}{2} \quad (2-65)$$

$$R6_n = 2\zeta_{ln}\ddot{S}_{ln} + \ddot{S}_{ln}\Delta t \quad (2-66)$$

Persamaan (2-63) dapat diperluas lebih lanjut. Dengan mensubstitusi persamaan (2-50) ke dalam persamaan (2-63), akselerasi bearing tak diketahui keluar dari persamaan, yang mana menjadi:

$$R4_n\ddot{z}_{ln}(t_{i+1}) + R5_n\ddot{z}_{ln}(t_i) + R6_n\dot{z}_{ln}(t_i) + \ddot{S}_{ln}z_{ln}(t_i) = -\sum_{k=1}^3 \zeta_{lnk}H_{ki} - \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \zeta_{lnk}\zeta_{bkl}R3_k\ddot{z}_{ll}(t_{i+1}) - \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \zeta_{lnk}r_{bkl}R3_k\ddot{d}_{gl}(t_{i+1}) + \sum_{k=1}^3 r_{lnk}\ddot{d}_{gk}(t_{i+1}) \quad (2-67)$$

Pembagian persamaan (2-67) melalui  $R4_n$  dan pengelompokan, hal ini menciptakan ekspresi umum berikut:

$$\ddot{z}_{ln}(t_{i+1}) + \sum_{m=1}^3 Q_{nm}\ddot{z}_{lm}(t_{i+1}) = -\frac{1}{R4_n}(P1_n + P2_nP3_n) \quad (2-68)$$

$$Q_{nm} = \frac{1}{R4_n} \sum_{k=1}^3 \zeta_{lnk} \zeta_{bkm} R3_k \quad (2-69)$$

$$P1_n = R5_n \ddot{z}_{1n}(t_i) + R6_n \dot{z}_n(t_i) + \ddot{S}_{1n}^2 z_{1n}(t_i) \quad (2-70)$$

$$P2_n = \sum_{k=1}^3 \left( \sum_{l=1}^3 \{ r_{1nk} H_{ki} - r_{1nk} \ddot{d}_{gl}(t_{i+1}) \} \right) \quad (2-71)$$

$$P3_n = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \{ r_{1nk} r_{bkl} R3_k \ddot{d}_{gl}(t_{i+1}) \} \quad (2-72)$$

Seperti dengan persamaan yang lain dalam bab ini, n dalam persamaan (2-68) dapat disamakan ke 1, 2, atau 3, tergantung petunjuk yang dipertimbangkan. Melalui perluasan persamaan ini ke dalam tiga komponennya, persamaan berikut menjadi,

$$(Q_{11} \ddot{z}_{11}(t_{i+1}) + Q_{12} \ddot{z}_{12}(t_{i+1}) + Q_{13} \ddot{z}_{13}(t_{i+1})) = \frac{1}{R_1} (P_1 + P_2 + P_3) \quad (2-73)$$

$$(Q_{21} \ddot{z}_{11}(t_{i+1}) + Q_{22} \ddot{z}_{12}(t_{i+1}) + Q_{23} \ddot{z}_{13}(t_{i+1})) = \frac{1}{R_2} (P_1 + P_2 + P_3) \quad (2-74)$$

$$(Q_{31} \ddot{z}_{11}(t_{i+1}) + Q_{32} \ddot{z}_{12}(t_{i+1}) + Q_{33} \ddot{z}_{13}(t_{i+1})) = \frac{1}{R_3} (P_1 + P_2 + P_3) \quad (2-75)$$

Persamaan (2-73), (2-74), dan (2-75) kemudian dapat dimasukkan ke dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$[Q] \{\Delta \ddot{z}_1(t_{i+1})\} = \{P\} \quad (2-76)$$

Persamaan (2-76) dapat selanjutnya dipecahkan untuk menentukan akselerasi modal dengan mengalikan tiap sisi dari persamaan dengan  $[Q]^{-1}$ :

$$\{\Delta \ddot{z}_1(t_{i+1})\} = [Q]^{-1} \{P\} \quad (2-77)$$

$$\{\Delta \ddot{z}_1(t_{i+1})\} = \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{z}_{11}(t_{i+1}) \\ \Delta \ddot{z}_{12}(t_{i+1}) \\ \Delta \ddot{z}_{13}(t_{i+1}) \end{Bmatrix} \quad (2-78)$$

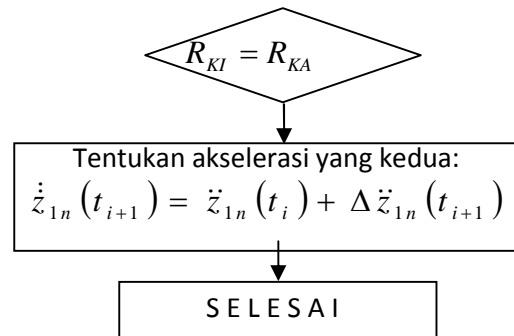
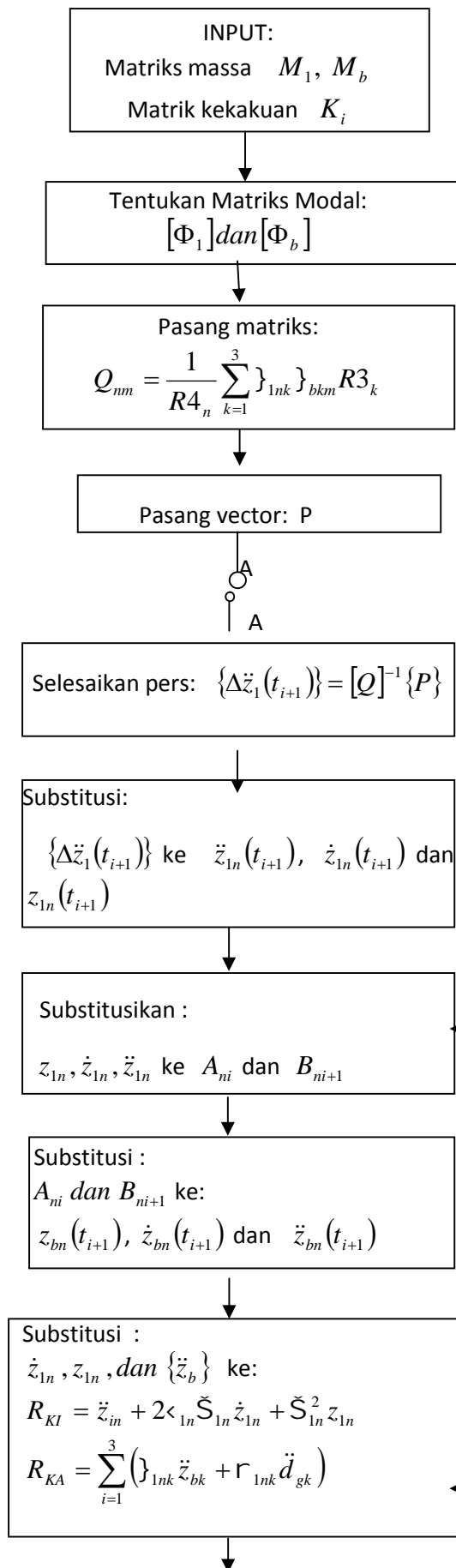
Akselerasi ini selanjutnya digunakan dalam persamaan (2-60), (2-61), dan (2-62) untuk menentukan akselerasi, kecepatan, dan displacement dari lantai pertama, berturut-turut, pada waktu  $t_{i+1}$ . Perhitungan nilai-nilai ini dari langkah waktu menghasilkan respon keseluruhan struktur dari lantai pertama, yang mana akurasi diberi suatu langkah waktu yang kecil. Sekarang hanya sisanya tak diketahui adalah akselerasi, kecepatan, dan displacement pada permukaan bearing itu.

Untuk menentukan tiga nilai-nilai itu, mengacu pada persamaan (2-53), (2-47), dan (2-42), berturut-turut. Setelah akselerasi lantai pertama kini diketahui, tiga persamaan ini dapat dipecahkan untuk merespon pada permukaan bearing itu. Bagaimanapun, nilai-nilai ini untuk permukaan bearing dan respon lantai pertama adalah hanya nilai-nilai persiapan untuk langkah waktu. Untuk memastikan keseimbangan pada setiap kali langkah waktu, iterasi harus dikerjakan antara kedua persamaan gerak, seperti dicatat di sebelumnya. Ketika perbedaan antara dua iterasi adalah mendekati sama, kemudian langkah waktu dapat dipertimbangkan. Respon struktur melebihi durasi keseluruhan dari eksitasi dihitung di cara ini, dimana titik respon keseluruhan diketahui.

Displacement maksimum dan akselerasi maksimum dari bearing adalah nilai-nilai yang paling utama di analisa. Displacement menentukan ruang bebas diperlukan disekitar permukaan bearing struktur untuk menghindari kerusakan sepanjang respon dinamis. Nilai-nilai akselerasi adalah penting untuk menentukan intensitas dari pengaruh gerakan pada struktur.



### 1.5 Algoritma menggunakan base isolator



### 1.6 Daftar Pustaka

- Chopra, A.K., (1995). "Dynamics of Structures, Theory and Application to Earthquake Engineering", Prentice-Hall, Englewood clifft, NJ.
- Daniel Rumbi Teruna, (2005). "Proteksi Bangunan dari Kerusakan Gempa dengan Menggunakan Base Isolator". Pada Seminar (HAKI) Himpunan Ahli Konstruksi Indonesia di Medan, Sumatera Utara.
- Daniel Rumbi Teruna, (2006). "Perencanaan Bangunan Tahan Gempa dengan Menggunakan Base Isolator (LRB): Contoh Kasus Gedung Auditorium Universitas Cendrawasih Papua". Pada Seminar Nasional (HAKI) Himpunan Ahli Konstruksi Indonesia, Jakarta, Indonesia.
- Kelly, J.M.,(1993). "Earthquake-Resistant Design with Rubber", Springer-Verlag, New York.
- Kelly, J.M., and Naeim, F.(1999),"Design of Seismic Isolated Building From Theory To Practice," (1999), John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Roke, A.D., (2005) ,"Thesis of Master of science," School Engineering University Of Pittsburgh.

